I. Loi de Bernoulli

Définition : Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :
- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p,
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

p est appelé le paramètre de la loi de Bernoulli.

Exemples :

1) Le jeu du pile ou face : On considère par exemple comme succès "obtenir pile" et comme échec "obtenir face".
2) On lance un dé et on considère par exemple comme succès "obtenir un six" et comme échec "ne pas obtenir un six".

1) $p = \frac{1}{2}$ 2) $p = \frac{1}{6}$

Convention :
Au succès, on peut associer le nombre 1 et à l'échec, on peut associer le nombre 0.
Soit la variable aléatoire X qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p.
Dans ce cas, la loi de probabilité de X peut être présentée dans le tableau :

x_i	1	0
$P(X = x_i)$	p	$1-p$

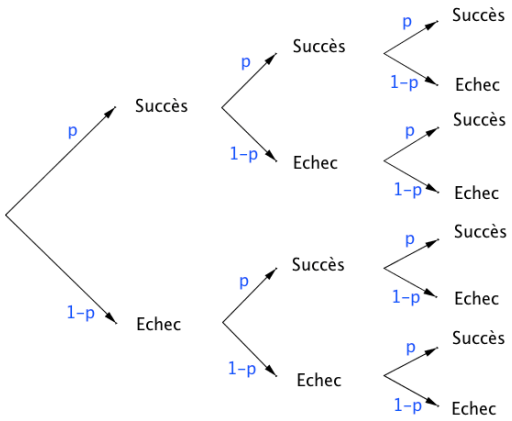
Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre p, alors :

$E(X) = p$ $V(X) = p(1-p)$ $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

II. Schéma de Bernoulli

Définition : Un **schéma de Bernoulli** est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes pour lesquelles la probabilité du succès est p.

Exemple : On a représenté dans un arbre de probabilité les issues d'une expérience suivant un schéma de Bernoulli composé de 3 épreuves de Bernoulli de paramètre p.
X est la variable aléatoire qui donne le nombre de succès.



On a par exemple :

- $P(X = 3) = p^3$.

En effet, en suivant les branches sur le haut de l'arbre, on arrive à 3 succès avec une probabilité de $p \times p \times p$.

- $X = 2$ correspond aux suites d'issues suivantes :

(Succès ; Succès ; Échec)
(Succès ; Échec ; Succès)
(Échec ; Succès ; Succès)

Donc $P(X = 2) = 3p^2(1-p)$

III. Loi Binomiale

Définition : On réalise un schéma de Bernoulli composé de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.
Une **loi binomiale** est une loi de probabilité définie sur l'ensemble {0 ; 1 ; 2 ; … ; n} **qui donne le nombre de succès de l'expérience**.

Remarque : n et p sont les paramètres de la loi binomiale et que l'on note $B(n\,;p)$.

Exemple en vidéo à la maison – classe inversée : https://youtu.be/b18_r8r4K2s

1) Avec la calculatrice ou un tableur

Exemple : Utiliser une loi binomiale

On lance 7 fois de suite un dé à 6 faces.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois que le dé affiche un nombre supérieur ou égal à 3.
a) Quelle est la loi suivie par X ?
b) Calculer la probabilité $P(X = 5)$.
c) Calculer la probabilité $P(X \leq 5)$.
d) Calculer la probabilité $P(X \geq 3)$.

a)

b) Avec Texas Instruments :
Touches « *2nd* » et « *VAR* » puis choisir « *binomFdP* ».
Et saisir les paramètres de l'énoncé : binomFdP(7,2/3,5)

Avec le tableur :
Saisir dans une cellule : =LOI.BINOMIALE(5;7;2/3;0)

On trouve $P(X = 5) \approx$
La probabilité d'obtenir ……. un nombre …… est environ égale à ……...

c) Avec Texas Instruments :
Touches « *2nd* » et « *VAR* » puis choisir « *binomFRép* ».
Et saisir les paramètres de l'énoncé : binomFRép(7,2/3,5)

Avec Casio :
Touche « *OPTN* » puis choisir « *STAT* », « *DIST* », « *BINM* » et « *Bcd* ».
Et saisir les paramètres de l'énoncé : BinominaleCD(5,7,2/3)

Avec le tableur :
Saisir dans une cellule : =LOI.BINOMIALE(5;7;2/3;1)

On trouve $P(X \leq 5) \approx 0{,}74$.
La probabilité d'obtenir au plus 5 fois un nombre supérieur ou égal à 3 est environ égale à 0,74.

d) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$
$\approx 1 - 0{,}045$ (à l'aide de la calculatrice ou du tableur)
$\approx 0{,}955$.

Exercices : n° 5 p 157 + n° 14 p 159